

La résolution de problèmes au cycle 3

Conférence de Marie-Lise PELTIER

Evreux - le 28 novembre 2015

En ce qui concerne les nouveaux programmes (mise en œuvre à la rentrée de 2016)

En mathématiques, 6 compétences se déclinent de la maternelle à l'université :

- Chercher
C'est le maître mot : les maths sont là pour **rendre compte d'une réalité.**
- Modéliser
Construire pour **prévoir.**
- Représenter
Outils symboliques, analogiques.
- Raisonner
Elaborer des raisonnements sur des objets abstraits.
- Calculer
- Communiquer
Le travail mathématique : savoir utiliser ce qui a été travaillé pour le communiquer à l'intérieur et à l'extérieur

Ces six termes caractérisent l'activité mathématique.

En faisant tout cela, on travaille aussi la langue.

On ne considère pas qu'il y ait des prérequis. Les élèves **réussissent parce qu'ils font** des mathématiques.

On ne comble pas des lacunes, on avance ce qui signifie qu'on **ne refait pas la même chose, jamais !**

Les nouveaux programmes :

3 domaines recentrés

- Nombres et calcul
- Grandeurs et mesures
- Espace et géométrie

L'accent est mis sur 3 points essentiels

- **Articulation très forte entre nombres et grandeurs**
Travailler sur les grandeurs : x , $-$, $+$, $:$ sans avoir besoin des nombres.
Modélisation : facile à mettre en place dès lors que l'on travaille sur des grandeurs (physique, économique, géométrique)
- **L'étude des différentes représentations des nombres** qu'elles soient langagières ou symboliques
Il faut faire en sorte que les enfants aient une représentation spatiale des nombres (exemple : se représenter « l'espace » qu'il y a entre 3 et 4))
Travailler sur la droite numérique est essentiel ici.
- **Le calcul n'a de sens que par une situation problème qu'il s'agit de résoudre.**
Technique algorithmique il est important que les enfants travaillent les algorithmes opératoires, toutefois, il ne s'agit pas de développer une trop grande technicité.

Introduction

Un exemple :

Un fermier vend les œufs de ses poules sur les marchés.
Jeudi, il veut présenter 275 œufs dans des boîtes de 24 œufs.
Quel est le nombre de boîtes nécessaires?

Trois scénarios :

Scénario 1 : *Élaboration collective de la solution à partir des écritures multiplicatives.*

Scénario 2 : *Dans la classe 275 objets, des boîtes à œufs pouvant contenir 24 œufs*

Consigne : « Vous devez prévoir par le calcul le nombre de boîtes nécessaires. Une fois vos prévisions effectuées, nous vérifierons en utilisant les objets et les boîtes ».

Recensement des prévisions.

Organisation du remplissage des boîtes pour vérifier.

Recherche des raisons qui conduisent au résultat juste.

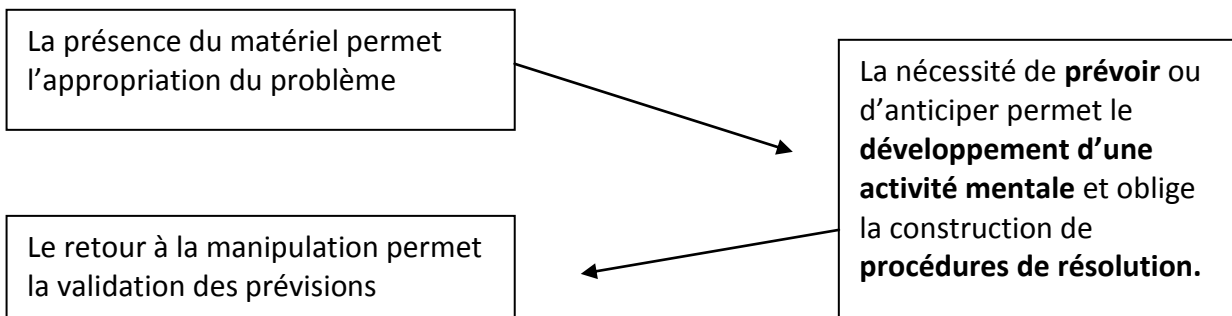
Scénario 3 : *Par groupe, chaque groupe dispose du matériel.*

Consigne: Vous devez trouver le nombre de boîtes nécessaires pour présenter les œufs.

Les élèves manipulent. Recensement des résultats trouvés.

Synthèse collective (cf. scénario1)

C'est ce couple **problème/dispositif** qui est appelée situation d'apprentissage.



Ce qui est à comparer

- Les rôles respectifs du professeur et des élèves.
- Le rôle du matériel et de la manipulation.
- La distinction entre :
 - ✓ Quelle est la « bonne » réponse?
 - ✓ Pourquoi cette réponse est « la bonne »?

On commence à faire des mathématiques quand on ne manipule plus. Il faut qu'il y ait une activité cognitive pour faire des maths. Tant qu'il y a des objets, des cubes, on ne travaille pas la division. Toutefois, la manipulation est un passage nécessaire, on en a besoin pour comprendre les situations de partage équitable.

Les élèves cherchent.

Les élèves vérifient avec des boîtes.

Ce qui détermine l'activité mathématique des élèves, ce n'est pas seulement le choix du problème mais aussi sa mise en scène et les places respectives de la réflexion et de la manipulation.

3 stades pour résoudre un problème :

- S'approprier le problème par le matériel.
- Prévoir.
- Vérifier.

Faire des mathématiques, c'est résoudre des problèmes

→ Anticiper le résultat d'une action.

→ Prévoir un résultat.

→ Penser pour prendre des décisions

- émettre des hypothèses,
- faire des essais, les contrôler
- les valider ou les invalider,
- trouver les mots pour dire...
- s'entraîner
- apprendre et retenir

Cadre théorique de cette intervention

Approche socio constructiviste de l'apprentissage (Piaget, Gréco, Vygotski, Doise, Mugny, Bruner)

Approche didactique des relations entre enseignement et apprentissage (Brousseau, Chevallard, Vergnaud, Julo...)

- Apprentissage par adaptation
- En milieu scolaire (rôle des pairs et de l'enseignant)

Un problème, définition de Jean BRUN

« Un problème est généralement défini comme une situation initiale, avec un but à atteindre, demandant au sujet d'élaborer une suite d'actions ou d'opérations pour atteindre ce but. Il n'y a problème que dans **un rapport sujet/situation** où **la solution n'est pas disponible d'emblée**, mais possible à construire.

C'est dire aussi qu'un problème pour un sujet donné peut ne pas être un problème pour un autre sujet, en fonction de leur niveau de développement intellectuel par exemple. »

Problème du rectangle

Objectifs différents pour les problèmes

→ Problèmes dont la résolution vise la construction d'une nouvelle connaissance.

→ Problèmes destinés à permettre le réinvestissement de connaissances déjà travaillées, à les exercer.

→ Problèmes plus complexes dont la résolution nécessite la mobilisation de plusieurs catégories de connaissances.

→ Problèmes centrés sur le développement des capacités à chercher. *En général, pour résoudre ces problèmes, la solution experte n'est pas à la portée des élèves, elle n'est en aucun cas le but recherché.*

Motiver une connaissance = la rendre utile, la rendre indispensable.

Exemple : motiver la notion de diagonale, de périmètre, ...etc.

Les élèves doivent savoir ce qu'on attend d'eux.

Quelles questions se poser ?

- L'utilisation de la connaissance dont l'apprentissage est visé est-elle nécessaire pour parvenir à la solution du problème posé aux élèves ?
- La question est-elle consistante ?
- Les élèves peuvent-ils comprendre la question et s'engager dans la résolution avec leurs connaissances antérieures ?
- Comment voient-ils qu'ils ont réussi ou échoué ; sont-ils entièrement dépendants de l'adulte ou la situation comporte-t-elle des rétroactions ?
- La vérification du résultat peut-elle donner des informations sur la façon de réussir ? Peuvent-ils recommencer en modifiant leur procédure ?

Points à surveiller

- Pour les élèves, « chercher » implique du temps, de la confiance, une forme de « sécurité ».
- Pour le professeur, « laisser les élèves chercher » demande une posture difficile et une attention soutenue, pour certains un effort important :
 - ✓ il faut soutenir les élèves mais ne pas trop en dire,
 - ✓ il faut faire « vivre la question » sans la « tuer »,
 - ✓ il faut observer, prendre des informations,
 - ✓ il faut apporter une aide adaptée à certains,

Et il ne faut pas ...donner la réponse !

... ni dire à ceux qui l'ont trouvée que c'est la bonne!

Savoir si ce qu'on a fait est convenable fait aussi partie du travail de recherche de l'élève.

Des comportements observés lors de la résolution de problèmes arithmétiques

- Utiliser l'opération qui vient d'être étudiée.
- Donner une réponse analogue à celle du problème précédent.
- Chercher les indices de surface et les mots inducteurs pour choisir l'opération.
- Choisir une opération au hasard et la contrôler ou non par l'ordre de grandeur de la réponse.

Quelles pratiques des élèves en réponses aux difficultés rencontrées ?

- Deviner la réponse.
- Penser que c'est la réponse à la question qui importe au professeur et en inventer une.
- Résoudre la question de manière pragmatique.
- Ne pas faire le lien entre les tâches demandées et l'activité cognitive qui les sous-tend.
- Ne pas voir dans la résolution d'un problème une occasion d'apprendre.
- Préférer les tâches techniques et les algorithmes.

Des réponses qui peuvent renforcer les difficultés

→ **Aplanir les difficultés.**

Problèmes de niveau n-1 (ou n-2)

Par le choix des variables numériques

« Pour le goûter d'anniversaire de Kevin, maman a acheté 18 gâteaux. Il y a 4 enfants. Combien de gâteaux aura chaque enfant? »

L'opération dont on vise l'apprentissage n'est pas nécessaire pour résoudre le problème.

Problèmes où il y a toujours concordance entre représentation du problème et opération

Illusion de la facilité

Certains problèmes ne sont jamais rencontrés

→ Choisir des contextes familiers.

« La facture du garagiste s'élève à 357€, Valentin demande à la payer en 3 fois. Quelle somme va-t-il donner à chaque versement ? »

- Traitement des questions par les élèves dans la logique du quotidien et non dans celui de la rationalité scolaire.
- Confusion pour les élèves entre l'enjeu cognitif du travail et la réponse pragmatique à une question.

L'enjeu ici de faire comprendre qu'il y a un problème de division, c'est l'enjeu de l'école.

→ Résoudre collectivement le problème en laissant aux élèves la tâche d'effectuer les calculs.

→ Modifier la consigne en la reformulant, jusqu'à supprimer la recherche.

→ Aider.

- en résolvant soi-même le problème ou en écrivant le titre de la leçon.
(Correction publique : recherche puis correction par le PE qui ne permet pas d'interactions entre les élèves.)
- en proposant du matériel qui évite le travail cognitif (tableau de numération ou de conversion, gommette sur l'angle droit de l'équerre).
- en mettant l'accent sur des savoirs faire ou des savoir dire plutôt que sur des savoirs (effet de leurre).
- individualiser le travail et rendre absente la situation-problème.

Comment aider les élèves à progresser ?

En visant l'apprentissage plus que la réussite immédiate !

Sinon on leurre les enfants et les familles !

Choix de situations :

- nécessitant anticipation ou prévision.
- consistantes.
- articulées entre elles.

Choix des variables et des « aides »

- même problème, mais des variables didactiques adaptées aux compétences repérées et des aides qui « ne tuent » pas le problème.
- les aides peuvent être données à l'avance sur papier.
- réflexion approfondie sur le rôle du matériel et de la manipulation. :
- étayage tout au long du processus de dévolution
 - étayage très important pour les uns,
 - apports d'aides prévues à l'avance,
 - reformulation pour d'autres,
 - travail autonome pour certains,

La différenciation pédagogique, c'est apporter à chacun ce qu'il lui faut pour qu'il fasse la même tâche que les autres.

Importance des mises en commun

- rôle du langage.
- lien entre les différentes procédures.
- prise en compte des interactions.

Importance des phases de synthèse

- rappel du but mathématique.
- nécessité d'un écrit fait collectivement.

Importance des variables didactiques

Attention particulièrement soutenue aux phases d'institutionnalisation

- synthèses locales et contextualisées.
- des phases de conclusion au cours desquelles le savoir étudié est sorti du contexte.
- moments spécifiques d'institutionnalisation où le savoir est exposé, mis en relation avec les savoirs anciens et donner à apprendre et à retenir. Ce savoir est universel.
- des moments de restitution.

Un temps d'entraînement systématique

Assurer la cohérence des apprentissages

- dans le temps entre élèves et pour chaque élève.
- choix de manuels scolaires plutôt que de fiches issues de sources diverses.

Un exemple : la mise en place de situations de rappels et la construction d'une histoire commune et d'une mémoire collective

Objectifs :

- distanciation progressive par rapport à l'action.
- décontextualisation progressive.
- débats entre élèves puis écrit conservé dans la classe.
- savoirs de référence communs.
- aide à la mémorisation.
- aide à la structuration des connaissances.

→ Les dérives de l'aide individuelle :

- déresponsabilise l'élève.
- porte davantage sur l'ancien que le nouveau savoir.
- lieu de glissement méthodologique.
- perte de la nécessaire flexibilité des connaissances dans la mise en œuvre.

L'évaluation

- pour l'enseignant pour qu'il puisse réguler son enseignement.
- pour les élèves pour savoir l'écart entre ce qu'ils font et ce qu'ils doivent savoir.
- pour l'institution.
- pour les parents.

→ Les dérives de l'évaluation :

- on évalue trop tôt sans laisser les élèves le temps d'apprendre.
- on évalue souvent la mémoire et non les connaissances.
- on découpe souvent le savoir, l'évaluation ne rend pas compte des réelles acquisitions.
- pour préparer les élèves à affronter les épreuves d'évaluation on se sert parfois d'épreuves similaires non seulement pour des contrôles à la fin de l'apprentissage mais aussi comme exercices pour l'apprentissage et finalement comme cours.

On n'enseigne pas des compétences, elles se développent. C'est en construisant des connaissances identifiées par l'enseignant en termes de savoirs reconnus par les élèves qu'on développe des compétences.